

# Introduktion til CGE-modeller

Toke Ward Petersen\*

Økonomiske Modeller

Danmarks Statistik

Sejrøgade 11,

DK-2100 København Ø

<http://www.dst.dk>

20. oktober 1997

## Abstract

This paper gives an introduction to computable general equilibrium (CGE) models. The paper focuses on static CGE-models - how they are constructed, calibrated and used for policy evaluation. The paper also briefly presents the handful of models that at present are being used or are under development in Denmark. It is also discussed how the method differs from traditional macroeconometric models, as well as the pros and cons of the approach.

.  
. .  
. .  
. .  
. .

---

\*Tak til Lars Haagen Pedersen, Peter Trier og Martin B. Knudsen fra AGL-modelgruppen, samt Niels Kleis Frederiksen fra EPRU for konstruktive kommentarer. Endvidere skal det nævnes at artiklen bygger på et afsnit i min store opgave på politstudiet, og der skal i denne forbindelse rettes en tak til min vejleder Hans Keiding. Eventuelle fejl står dog for egen regning. E-mail <[twp@dst.dk](mailto:twp@dst.dk)>.

## 1. Introduktion

Formålet med denne artikel er at give en forholdsvis kort introduktion til *Computable General Equilibrium* (CGE) modeller<sup>1</sup>. I den eksisterende litteratur er der nemlig et stort spring mellem de meget få introducerende tekster<sup>2</sup> og den aktuelle forskning på området. Har man dog først forstået de principper og den fremgangsmåde der anvendes i simple CGE-modeller, har man gode chancer for at få udbytte af nyere forskningsartikler. Endvidere giver artiklen et hurtigt overblik over den aktuelle danske forskning på området.

### 1.1. Hvad er CGE-modeller?

Sagt med få ord er CGE-modellering en metode, hvor man anvender den abstrakte Walrasianske ligevægtsteori, som den kendes fra Arrow-Debreu modellen, til at lave realistiske modeller af "rigtige" økonomier. Modellerne kan betragtes som numeriske modstykker til de traditionelle analytisk løste generelle ligevægtsmodeller, og betegnes derfor af nogle som "theory with numbers". Analytisk løste generelle ligevægtsmodeller er gennem årene blevet benyttet til analyser af skatteincidens, toldsatser m.v. Der er dog det problem, at hvis modellerne bliver større end 2 forbrugere/sektorer/lande er de imidlertid enten umulige eller u håndterlige at løse analytisk; - men med numeriske metoder er det imidlertid muligt at beregne løsninger på selv meget store modeller. Nu er store modeller ikke i sig selv nogen ubetinget fordel - men de tillader større detaljeringsgrad og kompleksitet og gør det muligt at analysere mange feed-back effekter på samme tid.

På produktionssiden er modellerne i en vis forstand en videreudvikling af traditionel Input-Output analyse. Men hvor produktion i en IO-model finder sted ved anvendelse af Leontief-teknologi (dvs. inputs anvendes i fast forhold), tillader CGE-modeller forskellig grad af substitution mellem inputs, og således ændres producenternes inputefterspørgsel i takt med faktorpriserne. På forbrugersiden tages udgangspunkt i de "sædvanlige" atomistiske nyttemaksimerende forbrugere. Endelig er der i modellerne typisk en offentlig sektor, der omfordeler indkomst via skatter og anvender en del af produktionen til offentligt konsum. Hvis modellerne er åbne er der endvidere behov for at specificere relationerne til udlandet, dvs. im- og eksport.

Hvordan adskiller CGE-modeller sig fra andre typer nationaløkonomiske modeller? Dette spørgsmål kan ikke besvares med en tidløs definition, fordi området

---

<sup>1</sup>På engelsk har modellerne to navne, nemlig *Computable General Equilibrium models* (CGE) og *Applied General Equilibrium models* (AGE) - dette er på dansk blevet oversat med *Anvendte Generelle Ligevægtsmodeller* (AGL). I det følgende fastholdes den engelske betegnelse CGE.

<sup>2</sup>Der findes 3 bøger der kan anbefales som generel introduktion, nemlig Ginsburgh og Keyzer (1997), Shoven og Whalley(1992) samt Dixon et. al. (1992).

hele tiden er under udvikling. Endvidere kan den eksisterende modelkultur på en del punkter opdeles i skoler, der har forskelligt syn på, hvordan tingene skal gøres. Uanset disse forbehold er der dog en række punkter, der er kendetegnende for CGE-modeller, hvoraf de vigtigste er:

### 1.1.1. Generel og ikke partiel ligevægt

For det første beskæftiger modellerne sig med generel ligevægt i modsætning til partielle modeller. Begge metoder har både fordele og ulemper; det optimale valg af tilgangsvinkel afhænger af det problem, der skal analyseres.

### 1.1.2. Walrasiansk generelt ligevægts setup

Et andet kendetegn ved CGE-modeller er, at de tager udgangspunkt i den klassiske Arrow-Debreu (A-D) model. Mere præcist vil vi her anvende udtrykket om det set-up, der er beskrevet i Arrow og Hahn (1971) og som er kendetegnet ved: et antal forbrugere, der alle har en initial faktorudrustning samt en nyttefunktion, hvilket gør det muligt at beregne forbrugernes efterspørgselsfunktion. Forbrugernes efterspørgselsfunktioner er kontinuerte, homogene af 0'te grad i priserne (dvs. ingen pengeillusion) samt opfylder Walras lov (økonomien overholder for alle priser sin aggregerede budgetbetingelse). Forbrugerne sælger deres initialressourcer til producenterne, der producerer de goder som forbrugerne efterspørger, under anvendelse af en teknologi der udviser ikke-stigende skalaafkast. Virksomhedernes profit er lineært homogen i priserne (dvs. en fordobling af alle priser vil fordoble den nominelle profit).

### 1.1.3. Forholdet mellem økonomisk contra statistisk teori

Det tredje væsentlige kendetegn er blandingsforholdet mellem økonomisk- og statistisk teori i modellerne. Populært sagt består CGE-modeller af  $\frac{5}{6}$  økonomisk teori og  $\frac{1}{6}$  statistisk teori, hvorimod makroøkonometriske modeller ofte lægger stor og afgørende vægt på empiri. I CGE-modeller er man ikke tilfreds, med mindre alle sammenhænge kan udledes i teoretiske modeller, hvor der tages udgangspunkt i maksimerende adfærd fra agenterne. Sagt på en anden måde skal adfærdsligningerne i modellen i matematisk forstand være løsninger til et maksimeringsproblem, der har en fornuftig fortolkning for den pågældende agent.

I makroøkonometriske modeller vil man derimod lægge mere vægt på, hvorvidt data *understøtter* ens model. I denne sammenhæng er det helt legitimt at ændre på det teoretiske udgangspunkt, hvis man får en bedre tilpasning til data<sup>3</sup>.

---

<sup>3</sup>Dette er helt nødvendigt, da de langsigtsrelationer som den økonomiske teori som regel udtaler sig om, ofte på kortere sigt "tvinges i knæ" af f.eks. eksogene chock og institutionelle

Hvorvidt en model "er god" afgøres her også ud fra en række strenge statistiske kriterier, og ikke alene ud fra hvorvidt modellens ligninger - ud fra en teoretisk synsvinkel - er velbegrundede. Problemet med denne tilgang er, at man kan komme til at stå med en estimeret ligning der giver et fornemt "fit", men hvor det kan være svært at give nogen plausibel forklaring på *hvorfor* modellen er god.

Modellernes modtagelighed over for Lucas-kritikken illustrerer tydeligt denne forskel. Pointen i Lucas-kritikken er netop, at man ud fra et økonomisk teoretisk synspunkt, kan stille spørgsmålstegn ved hvorvidt parameterstabilitet i økonometriske modeller altid er en ønskværdig egenskab, idet et regimeskift *kan* få de estimerede parametre til at ændre sig (se Pedersen, 1997). De eneste økonometriske estimerede parametre der anvendes i CGE-modeller er tekniske koefficienter, samt parametre i nyttefunktionen ("dybe" parametre). Disse parametre er fri for problemer med forventningsdannelse, hvorfor modellerne bliver immune overfor Lucas-kritikken (til gengæld er metoden i mindre grad funderet i empiri).

#### 1.1.4. Anvendte modeller

Et fjerde væsentligt punkt ved modellerne er, at de er *anvendte* i modsætning til de rene teoretiske modeller. Forskellen illustreres fint i synet på eksistensbeviset for ligevægt i AD-modellen. Teoretikere stiller sig tilfreds med, at det kan bevises *at* der eksisterer en ligevægt - det bekræfter nemlig at det opstillede system er konsistent (en i sig selv ganske væsentlig pointe). Men vi vil ikke stille os tilfreds med at ligevægten eksisterer - vi vil også bestemme den. Med andre ord er der brug for et *konstruktivt* bevis for eksistensen af ligevægt. Dette bevis blev lavet af Scarf i 1967, og det var faktisk det der så småt gav startsskuddet til CGE-modeller (Scarf, 1973)<sup>4</sup>. Indtil midten af 1980'erne gik udviklingen dog relativt langsomt og metoderne blev kun anvendt af nogle få pionerer. Dette skyldes primært, at metoderne til at beregne ligevægte i større systemer var ganske ressourcekrævende på datidens computere.

Modellerne anvendes ofte i situationer, hvor man ikke med teoretiske modeller kan afgøre effekterne af en given politik. Dette kan skyldes, at der i teoretiske modeller er modsatrettede effekter, og konklusionerne derfor er uklare. Endvidere sker det ofte, at teorien om second-best (Lipsey og Lancaster, 1956) gør sig gældende. Pointen i second-best er populært sagt, at hvis man sammenligner to situationer

---

forandringer. Hvis man i denne situation *ikke* indfører dynamisk tilpasning (som tit er teoretisk ad hoc) vil en tidsrækkeøkonometrisk model ofte blive ubrugelig.

<sup>4</sup>I 1960 opstillede den norske økonom Leif Johansen den første empirisk baserede anvendte generelle ligevægtmodel. Hans løsningsmetode, der bestod i at totaldifferentiere og derved linearisere ligningssystemet, var dog ikke uproblematisk. Metoden er senere blevet videreudviklet og udgjorde på et tidspunkt ryggraden i den store australske ORANI-model. Se Dixon et al. (1982) og Pearson (1993).

der er inoptimale, kan man *ikke* slutte at jo flere optimalitetsbetingelser der er opfyldt, des ”nærmere” er vi på optimalitet.

### 1.1.5. Velfærdsanalyser

Et sidste kendetegn ved CGE-modeller er, at man ikke blot udregner et politikeksperiments konsekvenser for direkte observerbare størrelser som f.eks. forbrug, produktion, priser og arbejdsløshed. Det er tillige muligt at beregne hvem der vinder og hvem der taber ved et givent politikeksperiment. Hvis en given politik både har vindere og tabere, kan vi tillige beregne om den samlede velfærdsgevinst er positiv, og således om det er muligt for vinderne at dele deres gevinst med taberne (omfordelt f.eks. via skatter), for herved at opnå en Pareto-forbedring - mere herom senere.

## 2. Anvendelser

Dette afsnit beskriver forskellige anvendelser af CGE-modeller, med fokus på danske modeller og aktuel dansk forskning på området<sup>5</sup>. En central sondring i CGE-modeller er hvorvidt agenterne står overfor et statisk eller et intertemporalt optimeringsproblem - vi vil her betegne de to typer hhv. statiske og dynamiske modeller.

### 2.1. Statiske modeller

De statiske modeller er afgjort i flertal. Dette skyldes primært at de har flere år på bagen og metoden derfor er mere gennearbejdet. Endvidere er denne type modeller nemmere at have med at gøre - såvel analytisk som beregningsmæssigt. Det er muligt at dreje visse statiske modeller i en retning, så man kan udføre simulationer der med god vilje kan kaldes ”dynamiske”, dog uden at der er tale om intertemporal optimering. Denne type dynamik er dog ofte teoretisk ad-hoc, og her vil disse modeller blive henregnet som statiske og ikke dynamiske<sup>6</sup>.

---

<sup>5</sup>Den forskning der præsenteres i det følgende er i visse tilfælde meget ny, hvorfor modellerne kan have ændret sig siden dette blev skrevet. Den interesserede læser henvises derfor til at konsultere forfatterne eller de angivne adresser på internettet.

<sup>6</sup>Den omtalte ad-hoc dynamik består ofte i at simulere et forløb over tid, ved f.eks. at sætte 100 statiske (1-års) modeller ved siden af hinanden og kæde dem sammen ved et kapitalapparat. Modellerne er dog ikke dynamiske i den forstand, at agenterne foretager en eksplicit intertemporal optimering. Det forekommer besynderligt, at agenterne udviser maksimerende adfærd i hver periode, men er ”dumme” mellem perioderne; man kan derfor med en vis ret beskyldte det underliggende rationalitetsbegreb for at være inkonsistent. Derfor er værdien af de tilpasningsforløb som modellerne udviser tvivlsom.

### 2.1.1. Arbejdsmarkedspolitik

CGE-modeller anvendes ofte til belysning af effekterne af skatte- og arbejdsmarkedspolitik. Da man i modellerne kan tage højde for, hvorledes den enkeltes arbejdsudbud påvirkes af marginalskatte, dagpengenes størrelse m.m. er de særdeles velegnede til analyser af strukturpolitik på arbejdsmarkedet. I Frederiksen *et al.* (1995) præsenteres en model kaldet Sorteper, der anvendes til at analysere virkningerne på beskæftigelse, forbrugervelfærd og de offentlige finanser af en subsidiering af forbrugerservice. Modellens resultater afhænger, ikke overraskende, af hvorledes det "hvide" arbejdsmarked fungerer. Den positive effekt på beskæftigelse og velfærd er størst i en initial situation med høj ufrivillig arbejdsløshed og træg realløn - hvis lønningerne derimod er fleksible forsvinder disse fordele næsten helt.

### 2.1.2. CO<sub>2</sub>-modeller

Endvidere anvendes CGE-modeller hyppigt til at analysere konsekvenser af emissionskatter på CO<sub>2</sub>-udledning. Det Økonomiske Råds Sekretariat har bl.a. til dette formål opbygget en CGE-model kaldet GESMEC. Med modellen beregnes konsekvenserne af en isoleret dansk reduktion af CO<sub>2</sub>-udledningen på 25 procent. Afhængig af hvordan modellen specificeres, beregnes at de samfundsøkonomiske omkostninger ved reduktionen til et tab på 0,7-1,5 procent af BNP. Modellen har også været anvendt til at kvantificere virkningerne for Danmark af en liberalisering af EU's landbrugspolitik. Se Frandsen, Hansen og Trier (1995).

### 2.1.3. Erhvervs politik

Erhvervsministeriet påbegyndte i 1996 udviklingen af en CGE-model der skal anvendes til at analysere virkningen af erhvervs politik. Modellen er meget detaljeret, og anvender de mest detaljerede Input-Output tabeller (127 sektorer), og skal ifølge projektbeskrivelsen bl.a. anvendes til analyser af øget konkurrence, liberalisering af forskellige markeder og effekter af CO<sub>2</sub>-afgifter. Modellen er foreløbig statisk men der arbejdes med en dynamisk overbygning. Foreløbig har arbejdet ikke mundet ud i nogle officielle analyser hvor modellen anvendes<sup>7</sup>.

### 2.1.4. International handel

Her bruges modellerne hovedsagelig til analyse af to typer af problemstillinger, hvor det første er analyse af multilaterale liberaliseringer, hvilket bl.a. vil sige

---

<sup>7</sup>Projektet går under navnet "MobiDk", og er beskrevet på internettet på "<http://www.gams.com/projects/dk/mobidk.htm>".

konsekvenserne af Uruguay-runden. Harrison, Rutherford og Tarr (1996) opstiller en verdensmodel, hvor der indgår 24 regioner og 22 varegrupper. Med en antagelse om konstant skalaafkast, beregnes fordelene ved aftalen på langt sigt til 96 mia US\$ per år (1992 priser). Hvis det antages at der produceres med stigende skalaafkast stiger fordelene til 171 mia US\$ per år.

En anden klassisk problemstilling i udenrigshandelsteori er analyser af regionale frihandelsaftaler og toldunioner som f. eks. den potentielle udvidelse af EU mod øst. I Bach, Frandsen og Stephensen (1997) opstilles en model til at belyse de Centraleuropæiske landes integration med EU. Modellen indeholder tillige en beskrivelse af konsekvenserne for den fælles landbrugspolitik samt EUs budget. Det viser sig, at de Centraleuropæiske lande vil øge deres eksport af landbrugsprodukter og EU's budget vil stige mærkbart. Samtidig viser beregningerne, at de makroøkonomiske omkostninger vil være små. Beregningerne er foretaget på GTAP modellen<sup>8</sup>, som er et globalt CGE-projekt, der i Danmark varetages af Statens Jordbrugs- og Fiskeriøkonomiske Institut (SJFI)<sup>9</sup>.

## 2.2. Dynamiske modeller

Et oplagt problem i de statiske modeller der er blevet præsenteret ovenfor er at tidsaspektet ikke eksisterer. Den ligevægt der beregnes, fortolkes typisk som modellens langsigtstligevægt (stationære tilstand). Hvor lang tid det tager økonomien at komme fra een ligevægt til en anden - og hvordan forløbet mellem ligevægtene er - siger modellen intet om. Ligeledes er det problematisk, at forskellige vigtige begreber mister deres mening i en model uden tidsaspekt. F.eks. er der ingen grund til at spare op (eller investere) - der er jo ingen "dag imorgen" hvor pengene kan bruges. Hvis en statisk model skal være meningsfuld, kan der ud fra samme overvejelser ikke være ubalance i statens finanser eller på handelsbalancen m.v. hvilket selvfølgelig er nogle meget stærke begrænsninger at lægge på modellen.

Hvorom alting er har dynamiske modeller med intertemporalt optimerende agenter hidtil spillet andenviolin inden for CGE-analyser. Dette skyldes flere faktorer, men primært at modeller med intertemporalt optimerende agenter er sværere og mere beregningstunge at løse end rene statiske modeller. I de senere år har dette argument dog mistet en del af sin pondus, og interessen for - og udviklingen i - dynamiske CGE modeller har været stor. Der er p.t. to danske dynamiske modeller.

---

<sup>8</sup>I Hertel (1997) præsenteres den såkaldte GTAP (Global Trade Analysis Project) model samt tilhørende database, ligesom bogen indeholder en lang række modelanvendelser. Modellen er beskrevet på internettet på "<http://www.agecon.purdue.edu/gtap/>".

<sup>9</sup>Herudover råder SFJI over en CGE-model der fokuserer på jordbrugsøkonomiske forhold, kaldet AAGE. Modellen er på visse punkter en udvidelse af GESMEC modellen. Se "<http://www.sjfi.dk>".

### 2.2.1. EPRU-modellen

Den første danske dynamiske CGE-model var den såkaldte EPRU-model (Jensen et al., 1996), der med inspiration i Auerbach og Kotlikoff (1987) og Blanchard (1985) er opbygget omkring agenter, der eksplicit optimerer over tid. Forbrugersiden i modellen består af et antal overlappende generationer der optimerer over deres livsforløb, et arbejdsmarked hvor lønnen fastsættes af fagforeninger samt et marked for boliger. Modellen har bl.a. været brugt til at analysere betydningen af en sænkning i skatteprogressionen under forskellige antagelser om arbejdsudbudselasticiteten (Jensen et al. 1994), samt en analyse af skattereformen fra 1993 (Lange, Pedersen og Sørensen (1997)).

### 2.2.2. DREAM-modellen

Med inspiration i bl.a. EPRU modellen påbegyndte man i Danmarks Statistik i 1997 udviklingen af en dynamisk CGE model, hvilket er mundet ud i den såkaldte Danish Rational Economic Agents Model (DREAM)<sup>10</sup>. Modellen skal bl.a. anvendes til strukturanalyser af arbejdsmarked og løndannelse, uddannelse, skatteforhold samt forskellige andre emner der vedrører den offentlige sektor. Ligesom i EPRU modellen består agenterne af overlappende generationer, hvor husholdninger er beslutningsenheden. Men som noget nyt, består husholdningerne af flere individer (nemlig: mænd, kvinder og børn) der er sat sammen i kernefamilier. Husholdningernes størrelse varierer over livsforløbet, idet børn fødes ind i husholdningerne samtidig med at husholdningen bliver mindre pga. dødelighed. Modellen tager således eksplicit hensyn til demografiske forhold, og er derfor velegnet til at analysere problemer der hidrører fra forskydningerne i befolkningens alderssammensætning. Arbejdsmarkedet består af en række forskellige typer arbejdskraft, og lønnen på hver type fastsættes af fagforeninger der har varierende grad af magt i lønfastsættelsen. Ligesom i EPRU-modellen er de skattepolitiske instrumenter modelleret meget detaljeret. Indtil videre er modellen kun blevet anvendt til en analyse af skattereformen fra 1993 (Knudsen *et al*, 1997b).

## 3. Fremgangsmåden i en CGE-analyse

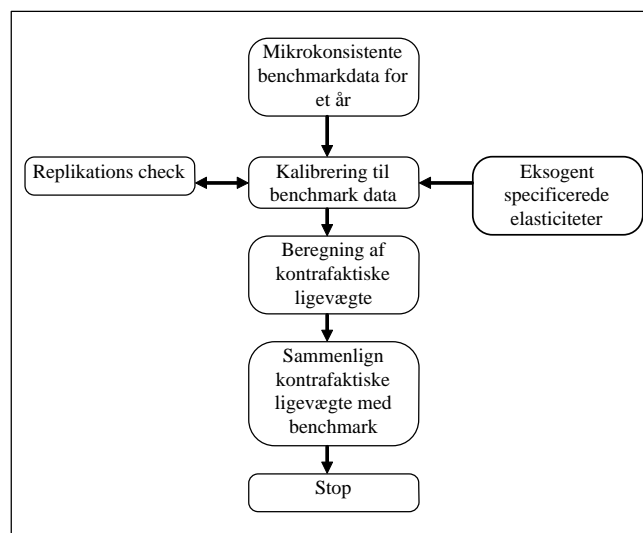
En statisk CGE-analyse følger altid en bestemt fremgangsmåde, som i dette afsnit vil blive gennemgået og eksemplificeret. Fremgangsmåden er illustreret i figur 1. Først konstrueres et mikrokonsistent datamateriale kaldet *benchmark data*,

---

<sup>10</sup>Modellens første og foreløbige version er beskrevet i Knudsen et al. (1997a). På Internet adressen "<http://www.dst.dk>" er det muligt at hente denne modeldokumentation samt forskellige arbejdsrapporter..



idet det antages at den betragtede økonomi er i Walras-ligevægt i benchmark-året. Herefter *kalibreres* parametrene i den opstillede model, ud fra benchmark-ligevægten. Når modellen herefter er korrekt specificeret, skal benchmarkligevægten fremkomme som løsning til modellen, hvis der intet politikeksperiment foretages - man siger at modellen skal kunne *replikere* benchmarkligevægten. Herefter kan modellen bruges til politikanalyser. For et givent eksperiment kan den alternative ligevægt forbundet med eksperimentet beregnes - kaldet den *kontrafaktiske ligevægt* (på engelsk: counterfactual). Dette lader sig gøre på baggrund af modellen og de kalibrerede parametre. Herefter sammenlignes den kontrafaktiske og den initiale ligevægt - det er en slags empirisk analog til den komparative statistiske analyse som kendes fra teoretiske modeller.



Figur1: Flowchart ved CGE-modellering

### 3.1. Mikrokonsistente data

De data der anvendes i en CGE-analyse kommer typisk fra mange forskellige kilder. Den primære kilde er her Input-Output (IO) tabeller fra nationalregnskabet. Oplysninger om forbrugets sammensætning på udgifts- og varetyper kan hentes i forbrugsundersøgelserne, der er stikprøvebaserede spørgeskemaundersøgelser. Herudover hentes størrelsen af im- og eksport i udenrigshandelsstatistikken, oplysninger om sammensætningen og størrelsen af det offentlige forbrug i finansloven m.v. For at data kan anvendes i den videre CGE-analyse, skal data tilpasses - de skal være *mikrokonsistente*. Dette konsistenskrav kan opdeles i to; 1: statistisk konsistens og 2: model konsistens.

Ved *statistisk konsistens* forstås at alle data er indbyrdes konsistente og anvender samme definitioner og opdelinger. Som eksempler på mangende statistisk

konsistens kan nævnes, at de udgiftstyper der anvendes i forbrugsundersøgelserne, ikke er sammenfaldende med den måde forbruget opdeles på i IO-tabellerne.

Ved *model konsistens* pålægges data yderligere konsistenskrav - nemlig at de er i overensstemmelse med den model de skal beskrive. Sagt på en anden måde skal de ligevægtsbetingelser der anvendes i modellen, være opfyldt i de inddata som modellen kalibreres efter. Konsistenskravene afhænger af, hvilken *lukning* som benyttes i modellen<sup>11</sup>. Typisk stilles følgende krav til en Walras-ligevægt:

- 1: Udbud skal være lig efterspørgsel
- 2: Alle producenter har konstant skala-afkast
- 3: Alle agenter overholder deres budgetbalance
- 4: Ekstern balance

Selv hvis data er statistisk konsistente behøver disse krav ikke være opfyldt. I en statisk model er det som nævnt svært at give opsparing og investeringer nogen fornuftig fortolkning, idet begge fænomener er resultat af intertemporale overvejelser. Endvidere vil man i en simpel statisk model kræve, at handelsbalancen eller det offentlige budget balancerer, hvilket i virkelighedens verden normalt kun er opfyldt ved et tilfælde. Modellerne fortolker jo det lange sigt, og et permanent budgetunderskud på de offentlige finanser eller et permanent overskud på betalingsbalancen er svært at fortolke<sup>12</sup>. Problemstillinger af denne art kan kun behandles tilfredsstillende i en dynamisk model.

### 3.2. Kalibrering

Når inddata er blevet gjort mikrokonsistente<sup>13</sup>, skal modellens parametre kalibreres. Metoden er lidt den samme, som når man i et fysikforsøg kalibrerer en forsøgsopstilling: vi ønsker at indstille apparaturet (i dette tilfælde vores model), så det er i stand til at bestå en nærmere specificeret "lakmusprøve" (i dette tilfælde replikere ligevægten i den betragtede økonomi).

---

<sup>11</sup>Ved lukning forstås det centrale punkt i modellen, hvor det fastlægges hvilke variable der skal være eksogene og endogene. F.eks. kan man på arbejdsmarkedet have en neoklassisk lukning, hvilket vil sige clearende markeder (og dermed ingen ufrivillig arbejdsløshed), eller en keynesiansk lukning, i hvilken priserne er træge (hvilket både kan give manglende beskæftigelse og medføre overbeskæftigelse). Andre områder hvor lukningen er central, er f.eks. i samspillet med udlandet, den offentlige sektors budgetrestriktion, eller håndteringen af investeringer og opsparing.

<sup>12</sup>Et permanent underskud på handelsbalancen, kan f.eks. fortolkes som en (netto) overførsel til u-landene. Spørgsmålet er om dette bekvemme fortolkning giver mening i stationær tilstand.

<sup>13</sup>Dette er en to-trins procedure. Først opstilles data i en Social Accounting Matrix (SAM), som kan opfattes som en udvidet Input-Output tabel. Denne matrix skal herefter gøres konsistent (balanceres), hvilket typisk sker ved anvendelse af RAS-metoden (se Bacharach, 1970).

I de ligninger der indgår i en CGE-model, optræder to typer ubekendte: variable og parametre. Parametrene er de størrelser vi bestemmer i kalibreringen. Parameterne kan igen opdeles i to typer: kalibrerede parametre og eksogene parametre. Egentlig vil vi helst kalibrere alle parametre og helt undgå de eksogene parametre. Det er imidlertid ikke altid muligt. Situationen er den samme, som hvis man har et lineært ligningsystem med 3 ubekendte og kun 2 ligninger - det kan ikke løses uden videre. Hvis man derimod eksogent sætter een af modellens variable til en given værdi, kan man (måske) løse ligningsystemet. Filosofien bag de eksogene parametre er den samme - hvis vi ikke specificerer dem eksplicit, kan vi ikke komme videre!

Denne fremgangsmåde kan forekomme urimelig - når alt kommer til alt: hvordan kan vi vide, hvilke eksogene parameterværdier der er "fornuftige"? Ofte står vi dog i den heldige situation, at vi har en velbegrundet formodning om nogle af parametrenes værdi f.eks. baseret på økonometriske analyser. Hvordan vælger vi hvilke parametre vi eksogent ønsker at fastlægge? Her er der ofte frit valg - i praksis vælges dog den parameter vi har den mest velbegrundede mening om.

### 3.2.1. Cobb-Douglas nyttefunktionen

Det simpleste eksempel på kalibrering er situationen, hvor vi har en forbruger med en Cobb-Douglas nyttefunktion (CD) af formen  $U^{CD}(X) = \prod_i x_i^{\alpha_i}$  (varer er benævnt  $i$ ). Hvis forbrugeren har en indkomst på  $M$  og nyttemaksimerer under sin budgetbetingelse, er det velkendt, at han har efterspørgselsfunktionen

$$X_i^{CD}(p, M) = \frac{\alpha_i}{\sum_j \alpha_j} \frac{M}{p_i}$$

Normalt anvendes ovenstående ligning til at bestemme efterspørgslen efter  $x_i$  givet at vi kender indkomst, priser og alle  $\alpha_i$ 'erne (den normale antagelse om at  $\alpha_i$ 'erne summer til een, er "gratis" i den forstand, at det ikke påvirker nyttefunktionen). Under kalibreringen anvendes formelen "omvendt" - dvs at de ubekendte er  $\alpha_i$ 'erne. Hvis vi f.eks. kender alle priser, forbrugers indkomst samt hans efterspurgte mængder, kan vi regne "baglæns" og bestemme  $\alpha_i$ 'erne. Det ses, at vi ved kalibreringen af en Cobb-Douglas nyttefunktion ikke har behov for at fastlægge nogle parametre eksogent, hvilket netop skyldes, at vi har ligeså mange ubekendte, som vi har varer (ligninger).

### 3.2.2. Eksempel 1: Kalibrering af CD-nyttefunktion

Vi observerer at Aksel ved sit besøg i pølsevognen køber 4 hotdogs, 2 parisertoast og 2 colaer, og hans indkomst er 100 kr. Vi antager at han har en CD-nyttefunktion over de 3 goder i økonomien. I dette tilfælde er

hans efterspørgsel efter hotdogs givet ved  $X_{hotdogs} = \alpha_1 \frac{Indkomst}{P_{hotdogs}}$ . Hvis vi observerer prisen på hotdogs til 12 kr. per styk, får vi en ligning med en ubekendt, hvilket ved substitution giver  $4 = \alpha_1 \frac{100}{12}$ , og således  $\alpha_1 = 0,48$ . Hvis de øvrige priser er 15 og 11, fås nyttefunktionen

$$U_A(hotdogs, parisertoast, cola) = hotdogs^{0,48} parisertoast^{0,30} cola^{0,22}$$

Således har vi ved hjælp af observerede priser, mængder og indkomst kombineret med en antagelse om en specifik funktionsform for nyttefunktionen kunnet "afsløre" parametrene i nyttefunktionen<sup>14</sup>. Kendskabet til nyttefunktionen giver os mulighed for at beregne, hvorledes et givent politikeksperiment påvirker forbrugerens nytteniveau.

### 3.2.3. CES-nyttefunktionen

Oftest vil man foretrække at anvende mere komplicerede nyttefunktioner end CD-funktionen, til at repræsentere nyttefunktionen. Dette skyldes primært, at CD-funktionen har nogle uheldige egenskaber, hvor de mest uheldige er, at krydspriselasticiteten mellem de varer der indgår i funktionen er 0 (dvs.  $\partial x_i / \partial p_j = 0$ ), samt at indkomstelasticiteterne er een (hvilket gør ekspansionsvejene til rette linier).

Et af de oftest anvendte alternativer er CES-funktionen, hvor CES står for *Constant Elasticity of Substitution*. Ved at introducere blot en enkelt parameter (substitutionselasticiteten  $\sigma$ ) fås en funktion der er mere fleksibel, og som har Cobb-Douglas nyttefunktionen som grænsetilfælde. CES-funktionen er givet ved

$$U^{CES}(X) = \left[ \sum_i \alpha_i^{\frac{1}{\sigma}} x_i^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \quad \text{hvor} \quad \sum_i \alpha_i = 1.$$

Den ekstra parameter, substitutionselasticiteten  $\sigma$ , udtrykker graden hvormed varerne substituerer hinanden. I forhold til før, står vi nu i den situation, at der er en ubekendt mere end der er ligninger. Vi bliver derfor nødt til at specificere en af parametrene eksogent. Typisk vælges  $\sigma$  hvilket som regel sker på baggrund af økonomiske estimater, baseret på tidsrække-data.

### 3.2.4. Andre funktionelle former

Der findes en del andre funktionelle former, der fra tid til anden finder anvendelse i CGE-modeller. Fordelen ved disse mere komplicerede funktioner er, at de har flere ønskværdige egenskaber end CES-funktionen - ulemperne er blot, at de indeholder

<sup>14</sup>Man kan diskutere hvorvidt denne metode er rimelig. Men som det vil blive klart senere, er der i visse situationer ingen alternativ fremgangsmåde.

endnu flere parametre der skal specificeres eksogent. En uplausibel egenskab ved CES-funktionen er f.eks at ekspansionsvejen er en ret linie. Dette forhold kan man rette op på ved at introducere den såkaldte Stone-Geary nyttefunktion, undertiden kaldet LES (Linear Expenditure System). Ulempen er, at vi i værste fald skal specificere ligeså mange parametre eksogent, som vi har varer i modellen.

### 3.2.5. Hvordan vælges den funktionelle form?

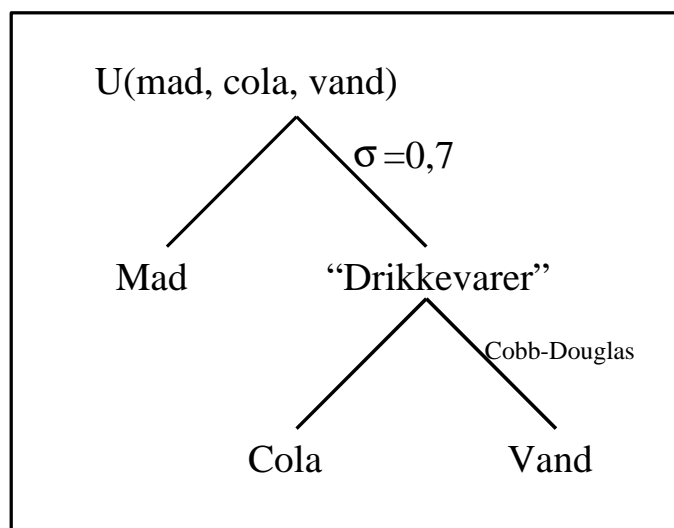
Den fremgangsmåde der typisk anvendes, når man skal bestemme hvilken funktionel form der skal anvendes i en CGE-model, er at vælge den funktion der giver bedst mulighed for at anvende pålidelige og centrale parameterverdier, samtidig med at funktionerne forbliver håndterbare, såvel analytisk som numerisk.

### 3.3. Nesting

Umiddelbart kan det synes uforståeligt, at CES-funktionen typisk er den mest anvendte funktion i CGE-modeller - når alt kommer til alt er de vel ikke så voldsomt fleksible? Svaret hertil er, at de *kan* anvendes fleksibelt - dog indenfor visse grænser. Sagen er nemlig den, at basale funktionelle former såsom CES-funktionen, kan opstilles hierakisk, hvad der på engelsk kaldes *nesting*. Tricket er at vi i stedet for at opstille produktionsfunktionen  $F$  som  $F(K, L_1, L_2)$ , opstiller den i to trin, dvs. i stedet  $G(K, H(L_1, L_2))$ . Vi kan tænke os  $G$  som en produktionsfunktion, der anvender tre typer input: kapital ( $K$ ) samt to typer arbejdskraft ( $L_1$  og  $L_2$ ). Metoden er altså at vi i stedet for at betragte det store problem - hvordan de 3 inputs substituerer hinanden i produktionen - separerer problemet i 2 delproblemer, nemlig a) hvorledes de to typer arbejdskraft substituerer hinanden, og b) hvorledes denne kombination af arbejdskraft er substituerbar i forhold til kapital. For at dette kan lade sig gøre kræves separabilitet mellem  $K$  og  $L$  i produktionsfunktionen, svarende til at produktionen er en to-trins procedure. Fortolkningen er, at producenten løser sit problem trinvist. Først besluttes hvordan  $L_1$  og  $L_2$  kombineres optimalt - og funktionen  $H(L_1, L_2)$  giver et kunstigt input, som vi kalder  $H$  (på engelsk kaldet et *compound good*). Hvad den optimale kombination af de to typer arbejdskraft er, afhænger af priserne på arbejdskraft samt substitutionselasticiteten mellem typerne af arbejdskraft. I næste trin vælger producenten nu, hvorledes det kunstige input  $H$  skal kombineres med  $K$ . Denne sammenvejning baseres på priserne på de to inputs, samt substitutionselasticiteten mellem  $K$  og det kunstige input  $H$ .

### 3.3.1. Eksempel 2: Kalibrering af nested funktion

Betragt en forbruger der forbruger 3 varer: mad, vand og cola, og dermed har en nyttefunktion af formen  $U(\text{mad}, \text{vand}, \text{cola})$ . Antag nu, at forbrugeren er "næsten ligeglad" hvorvidt han drikker vand eller cola - dvs. vand og cola er nære substitutter. På den anden side har han behov for en vis mængde mad, og en vis mængde drikkevarer (her: cola eller vand). Hvis hans nyttefunktion er separabel i mad og drikkevarer, svarer dette til at han løser sit problem i to trin, og først vælger mellem cola og vand, og således bestemmer størrelsen af det fiktive kombinationsgode kaldet "drikkevarer", og derefter vælger hvor mange drikkevarer og hvor meget mad han ønsker at købe - dette er illustreret i figur 2.



Figur 2: Nested nyttefunktion

Lad nyttefunktionen i det øvre nest være en CES-funktion, med elasticitet  $\sigma=0,7$  og den nedre nest være en CD-funktion (hvilket svarer til en substitutionselasticitet på 1). Lad nu  $M$  betegne mad, og  $D$  betegne drikkevarer, og  $X_M$  og  $X_D$  betegne efterspørgslen efter disse. Vi kan nu skrive CES-nyttefunktionen for det øvre nest som

$$U = \left[ \alpha_M^\sigma X_M^{\frac{(\sigma-1)}{\sigma}} + \alpha_D^\sigma X_D^{\frac{(\sigma-1)}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{(\sigma-1)}} .$$

I det nedre nest vælger forbrugeren mellem cola(C) og vand(V), hvilket sker med CD-nyttefunktionen  $X_D = X_C^{\alpha_C} X_V^{\alpha_V}$ . Hvis denne funktion substitueres ind i  $U$  fås

$$U = \left[ \alpha_M^{\frac{1}{\sigma}} X_M^{\frac{(\sigma-1)}{\sigma}} + \alpha_D^{\frac{1}{\sigma}} (X_C^{\alpha_C} X_V^{\alpha_V})^{\frac{(\sigma-1)}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{(\sigma-1)}}.$$

Når funktionen kalibreres, starter vi nedefra. Med kendskab til priserne for cola og vand samt de efterspurgte mængder, kan vi beregne indkomsten, der anvendes til drikkevarer som  $M_D = P_C X_C + P_V X_V$ . Nu er situationen ganske den samme som ovenfor, og vi kan let beregne andelsparametrene i det nedre nest i CD-nyttfunktionen ( $\alpha_i$ 'erne). Når vi har beregnet disse share-parametre, kan vi let beregne prisen på en enhed af det fiktive gode "drikkevarer",  $X_D$ , og med kendskab til  $M_D$ , beregnes den efterspurgte mængde til  $X_D = M_D/P_D$ . Herefter fortsætter kalibreringen som tidligere, idet vi nu kender prisen og den efterspurgte mængde i det nedre nest ( $P_D$  og  $X_D$ ) - det øvre nest kalibreres som sædvanligt ved CES-funktioner.

I den ovenfor beskrevne nestingstruktur var det let at give nest-strukturen en intuitiv fortolkning. Det er imidlertid også muligt at opstille en nest-struktur, der ikke umiddelbart kan fortolkes, men som samlet har den ønskværdige egenskab, at den tillader en vilkårlig kombination af substitutionselasticiteter mellem inputs. I Perroni og Rutherford (1995) angives en metode efter hvilken  $n$  inputs i en ikke separabel produktionsfunktion der alle er indbyrdes substituerbare, kan udtrykkes i en nested CES-produktionsfunktion med  $n$  nest.

### 3.4. Imperfektioner

Generelle ligevægtsmodeller forbindes typisk med rene neoklassiske modeller, dvs. med clearende markeder og fuldkommen konkurrence på alle markeder. Det er imidlertid en misforståelse - det er både muligt at modellere ufuldkommen konkurrence og stive priser i modeller hvor der er generel ligevægt.

Der er mange måder at modellere ufuldkommen konkurrence på. En populær variant er at antage monopolistisk konkurrence på varemarkedet (se Pedersen, 1996). I denne type modeller har en producent monopol på *een* vare - men der eksisterer et stort antal andre varer der af forbrugerne opfattes som imperfekte substitutter. Den optimale adfærd for producenten er i denne situation at udlede den objektive efterspørgselskurve efter produktet, og ved pris- og mængde sættende adfærd, at vælge det punkt på efterspørgselskurven, hvor profitten er maksimal.

Arbejdsløshed kan introduceres i modellerne på flere måder. Den mest simple er at antage, at forbrugerne har nytte af fritid - på denne måde vil reallønnen påvirke arbejdsudbuddet. Med dette setup vil arbejdsløshed være frivillig, i den

forstand at der fra forbrugerens side er tale om en afvejning mellem fritid og forbrug og ikke om at forbrugeren er rationeret. Det kan også tænkes at forbrugerne ikke kan variere deres arbejdsudbud kontinuert, men skal vælge f.eks. mellem at være hel- eller deltidsansat eller at være arbejdsløs; i denne situation bliver arbejdsudbudet et *diskret* valg. Modeller med diskret valg er beskrevet i Bhattarai og Whalley (1997) eller Graafland og de Mooij (1997). Ufrivillig arbejdsløshed kan introduceres ved at introducere institutioner, der sætter lønninger under antagelse af at arbejdstagerne har markedsmagt, f.eks. via en fagforening (Pedersen, 1996).

Man kan nævne mange andre typer imperfektioner, der kan håndteres i CGE-modeller. Grunden til at man ofte ser rene neoklassiske modeller med fuldkommen konkurrence og hvor alle markeder clearer, er at disse modeller er meget nemmere at have med at gøre. I andre tilfælde er der tale om en gammel vane - i CGE-modellernes ungdom, var det neoklassiske setup det eneste håndterbare. Den rene neoklassiske model er stadig et vigtigt udgangspunkt i arbejdet med CGE-modeller - om ikke andet som et benchmark. Den har nemlig den fordel, at den er let at overskue. Og een ting er sikkert: hvis man ikke forstår den måde modellen opfører sig på med neoklassiske antagelser, bliver det ikke lettere med markedsimperfektioner i modellen.

### 3.5. Løsning af modellen

Når vi v.h.a. den ovenfor beskrevne fremgangsmåde har fået kalibreret alle parametre i førsteordensbetingelserne til efterspørgsels- og produktionsfunktionerne, kan modellen løses numerisk. Ved en løsning til modellen forstås i denne forbindelse en "samling" priser og mængder, der opfylder ligevægtsbetingelserne i modellen. For at kontrollere, at modellen er konsistent, bruges nu de kalibrerede parametre til at løse modellen - men denne gang løses modellen "forlæns", dvs. modellens parametre antages kendte, og hvor den ubekendte er modellens ligevægt. Hvis benchmarkdata er konsistente og modellen er korrekt specificeret, vil modellen nu *replikere* den initiale benchmark-ligevægt. Hvis modellen replikerer er næste trin at udføre kontrafaktiske eksperimenter.

#### 3.5.1. Numeriske løsningsmetoder

Hvordan modellerne løses numerisk, er et stort og ret teknisk emne som ikke vil blive uddybet nærmere her<sup>15</sup>. I praksis løses en del modeller i det generelle numeriske optimeringsprogram GAMS, der ikke er skræddersyet til CGE-modeller, men dog meget fleksibelt og velegnet (Brooke, Kendrick og Meeraus, 1988). En anden

---

<sup>15</sup>Hvis man anvender modellerne, er dette dog et emne der er værd at sætte sig ind i, idet man ofte med lidt omtanke kan reducere beregningstiden betydeligt.



mulighed er MPSGE der er specielt udviklet til CGE-modeller - dette kan dog på visse punkter være begrænsende, da det er skræddersyet til statiske modeller med fuldkommen konkurrence (Rutherford, 1989). Et tredje populært valg er Gempack, der bl.a. er anvendt til store modeller, som f.eks. GTAP-modellen og den Australske Monash-model (se Dixon et al., 1982)<sup>16</sup>.

### 3.6. Eentydighed af ligevægte

Eksistens af Walras-ligevægt kan bevises ved anvendelse af de ”sædvanlige antagelser”<sup>17</sup> man gør om agenterne. Tilstrækkelige betingelser for at ligevægten er *eentydigt* bestemt, er derimod betydelig strengere. Som regel er disse betingelser ikke opfyldt i CGE-modeller og man kunne i princippet stå i en situation med flere ligevægtsløsninger. I denne forbindelse er det problematisk, at man ved løsning af ikke-lineære numeriske optimeringsproblemer ikke kan garantere, at et fundet maksimum er *globalt* - man kan kun være sikker på, at der er tale om et *lokalt* maksimum<sup>18</sup>. I praksis er problemet dog nærmest ikke-eksisterende, og det er meget småt med eksempler på multiple ligevægte i ”normale” modeller. Ved normale forstås i denne sammenhæng at funktionerne er differentiable (helst 2 gange), hvilket specielt udelukker Leontief-funktioner<sup>19</sup>. I CGE-analyse er holdningen typisk den, at man ”går ud fra” at modellerne har en eentydig løsning, indtil et eksempel på ikke-entydighed i ”normale” modeller dukker op i litteraturen. Det er vigtigt at huske at denne antagelse udelukkende bygger på erfaringen, og ikke på noget matematisk bevis.

---

<sup>16</sup>Information om de 3 programmer findes på internettet på ”<http://www.gams.com>” (GAMS), ”<http://www.gams.com/solvers/mpsge/index.htm>” (MPSGE) og ”<http://www.monash.edu.au/policy>” (Gempack). Sidstnævnte indeholder tillige en beskrivelse af Monash-modellen.

<sup>17</sup>Denne lidt løse formulering dækker over antagelser, der sikrer at løsningen til forbrugers problem eksisterer og er eentydigt bestemt. Det samme gælder for producentens problem. Se Keiding (1987).

<sup>18</sup>Det eneste man kan gøre for at undersøge om løsningen er eentydig, er at anvende andre initial-værdier (dvs. lade algoritmen starte et andet sted på pris-simplex) og se om den konvergerer til samme løsning. Kun i helt specielle tilfælde er entydighed garanteret - nemlig i tilfælde hvor ligevægtsbetingelserne i modellen kan reduceres til en analyse af overskudsefterspørgselsfunktionen, og det herved kan vises, at problemet kun har en løsning (Kehoe og Whalley, 1982).

<sup>19</sup>Dette er illustreret i Kehoe’s (1980), model 4 forbrugere med CD-nyttelfunktioner og 2 Leontief produktionsfunktioner - og 3 ligevægte!. Denne model er dog ikke i vores forstand ”normal”.

### 3.7. Kontrafaktisk analyse

Hvis det antages at de funktionelle former der anvendes til at repræsentere forbrugerens nyttefunktion er sande, vil de kalibrerede parametre indeholde al information om forbrugerens nyttefunktion. Vi kan altså nu lave forskellige politikeksperimenter med forbrugeren, og til enhver tid aflæse hans nytte - idet vi jo har antaget, at hans præferencer er uændrede.

#### 3.7.1. Eksempel 1 fortsat: Et kontrafaktisk eksperiment

Før observerede vi at Aksel købte 4 hotdogs, 2 parisertoast og 2 colaer, da hans indkomst var 100 kr. Hvis vi indsætter disse mængder i hans nyttefunktion  $U_A$  kan hans nytte beregnes til  $U_A = 2,79$ . Antag at det betragtede politikeksperiment ændrer hans indkomst til 120 kr, og priserne på [hotdogs, parisertoast, cola] fra [12,15,11] til [10,13,11]. Med vort kendskab til hans nyttefunktion kan det beregnes at hans forbrugsvektor ændres fra [4,2,2] til [5,76;2,77;2,4], hvorfor hans nytteniveau øges til  $U_A^{efter} = 3,81$ . Ikke overraskende kan vi således konkludere, at politikeksperimentet har stillet forbrugeren bedre.

### 3.8. Velfærdssammenligninger: Equivalent Variations (EV)

Når vi har beregnet en ny kontrafaktisk ligevægt for økonomien, kan vi sammenligne med den initiale situation. Specielt interessant i denne forbindelse er muligheden for at lave direkte velfærdssammenligninger, for at fastslå om det betragtede politikeksperiment giver mulighed for en Pareto-forbedring.

For at illustrere dette tages udgangspunkt i forbrugerens duale problem, nemlig omkostningsminimering for et givet nytteniveau. Hvis priserne betegnes  $p$  og forbrugerens godebundt  $x$ , kan udgiftsfunktionen  $E$ , der minimerer udgifterne ved nytteniveauet  $\tilde{u}$  opskrives som  $E(p, \tilde{u}) = \min_x \{px | u(x) \geq \tilde{u}\}$ , hvor  $E(p, \tilde{u})$  er de mindste udgifter der kræves for at opretholde nytteniveauet  $\tilde{u}$ , ved priserne  $p$ . Antag nu at vi ønsker at sammenligne to tilstande for forbrugeren, der er kendetegnet ved prisvektorerne  $p_0$  og  $p_1$ , og nytteniveauerne  $U_0$  og  $U_1$ . Definer nu EV (Equivalent Variations) ved

$$EV = E(p_0, U_1) - E(p_0, U_0).$$

EV måler altså forskellen mellem forbrugerens udgifter i de to tilstande ved hjælp af den initiale prisvektor ( $p_0$ )<sup>20</sup>. Hvis præferencerne er *homotetiske* (dvs. at

---

<sup>20</sup>Oftest støder man på et andet næsten identisk mål, nemlig *Compensating Variations* (CV). Forskellen er, at i beregningen af CV anvendes de nye priser ( $p_1$ ) i beregningerne, dvs. at

ekspansionsvejene er rette linier) simplificeres beregningen af EV en hel del. Lad  $e(p)$  betegne enheds-udgiftsfunktionen - dvs.  $e(p) = E(p, 1)$ . Med homotetiske præferencer er  $E(p, U) = U \cdot e(p)$ , og vi har at

$$EV = U_1 \cdot e(p_0) - U_0 \cdot e(p_0) = (U_1 - U_0) \cdot e(p_0)$$

Da vi antager at præferencerne er strengt monotone, har vi at  $E(p, U) = M$ , og således at

$$EV = M_0 \frac{U_1 - U_0}{U_0}. \quad (3.1)$$

Forbrugeren vil altså have samme nytte af at stå i initialtilstanden og modtage beløbet EV, som han vil have i en situation hvor politikeksperimentet gennemføres (den kontrafaktiske ligevægt). Det er vigtigt at forstå, at EV er defineret ud fra en fast prisvektor, nemlig de initiale priser  $p_0$ .

### 3.8.1. Eksempel 1 fortsat: Beregning af EV

Politikeksperimentet ændrede Aksels nytteniveau fra  $U_A^{initial} = 2,79$  til  $U_A^{efter} = 3,81$ . Hans initiale indkomst var  $M_0=100$ , hvilket indsat i formel (3.1) giver  $EV=36,7$ . At beregningen er rigtig er let at kontrollere: Lad  $M_0$  stige med den beregnede EV, så  $M_0^*=136,7$ . Med de initiale priser [12,15,11] vil han efterspørge mængderne [5, 47; 2, 73; 2, 74], hvilket svarer til nytteniveauet  $U = 3,81$  - hvilket netop svarer til  $U_A^{efter}$ .

Hvis EV er positiv, foretrækker forbrugeren den kontrafaktiske ligevægt frem for initialtilstanden, da førstnævnte tilstand giver højest nytte. Umiddelbart kan det jo virke som om, at der ikke er meget at råbe hurra for. Men i analyser hvor der indgår flere forbrugere, bliver EV ganske nyttig; EV måles jo i penge og derfor kan vi addere på tværs af forbrugerne uden risiko for at komme til "at lægge pærer og bananer sammen". Dette leder til den Hick'ske compensationstest: hvis summen af EV'erne er positiv, er det *hypotetisk* muligt for vinderne (dem hvis  $EV > 0$ ) at kompensere (læs: bestikke) taberne, og således muligt at skabe en potentiel Pareto-forbedring. Denne Pareto-forbedring kunne f.eks. ske ved hjælp af lump-sum indkomst-overførsler<sup>21</sup>. Bemærk at omfordelingen er hypotetisk: *hvis*

---

$CV = E(p_1, U_1) - E(p_1, U_0)$ . Når man sammenligner to tilstande er der ingen umiddelbar forskel i fortolkningen mellem de to metoder. Sammenligner man derimod flere tilstande, svarer CV til at anvende forskellige reference-punkter for sammenligningerne (hele tiden de nye priser). Som påpeget af McKenzie (1983) er EV dog at foretrække, ud fra den betragtning at status quo er et åbenlyst fixpunkt i sammenligninger.

<sup>21</sup>Ved *lump-sum* forstås, at omfordeling via skatter/overførsler sker på en ikke-forvridende måde, dvs. uden efficienstab.

der fandt en omfordeling sted fra vinderne til taberne ville ligevægten blive påvirket, og herved den prisvektor den anvendes ved kompensationen<sup>22</sup>. En beskrivelse af problemerne med kompensationskriterier er at finde i Keiding (1987).

### 3.9. Følsomhedsanalyse

Efter at have analyseret konsekvenserne af et politikeksperiment med en CGE-model er det meget vigtigt, at man udfører en følsomhedsanalyse af sine resultater. Hovedårsagen skal findes i den måde CGE-modeller kalibreres på - nemlig på data der kun vedrører et enkelt år. Når en parameter bestemmes ved kalibrering efterlades nul frihedsgrader, idet man jo i princippet løser 1 ligning med 1 ubekendt. Derfor ledsages parameterestimaterne ikke af et mål for usikkerheden (f.eks. en standardafvigelse). De nul frihedsgrader betyder, at alle usædvanligheder og stokastiske anomalier i datamaterialet i benchmark-året får fuld indflydelse på de kalibrerede parametre<sup>23</sup>. Stor indflydelse får også eventuelle eksogent specificerede parametre (f.eks. substitutionselasticiteter) - resultatet af analysen kan i vidt omfang påvirkes af disse parametre. Af samme grund gives intet mål for usikkerheden for de beregnede kontrafaktiske ligevægte - og det er jo klart utilfredsstillende.

På dette sted hænder det ofte, at læsere skolet i økonometrisk metode får et ildebefindende og det skal medgives, at metodologien bag kalibrering, herunder den rolle data spiller, er fundamentalt anderledes end i stokastisk estimerede modeller. Det er dog vigtigt at forstå, at stokastisk estimation ikke er ”bedre” - her er tale om et valg: vil man have teoretiske velfunderede modeller er kalibrering en nødvendighed - og vil man have empirisk underbyggede modeller er stokastisk estimation nødvendig. Det er ikke muligt på samme tid at få begge dele<sup>24</sup>.

Selv i en situation hvor Lucas-kritikken er irrelevant, vil kalibrering være nødvendig pga. mangel på data. Store modeller indeholder ofte flere tusinde parametre, hvilket hvis de skulle estimeres som system enten ville kræve urealistiske mængder data, eller at der skulle pålægges mange restriktioner. Selv hvis modellen kunne inddeles i mindre systemer, vil det ikke ved estimation være muligt at tage hensyn til de krav, som stilles til en generel ligevægt.

---

<sup>22</sup>På Hicks tid beregnede man kun denne hypotetiske størrelse - det var for besværligt at genberegne ligevægten under hensyntagen til hvorledes denne blev påvirket af kompensationen. Med nutidens computere er denne beregning ikke noget problem, og det er muligt at beregne de *faktiske* størrelser. I praksis lader man sig dog ofte nøje med de *hypotetiske* størrelser.

<sup>23</sup>I visse tilfælde er det åbentlyst urimeligt kun at anvende data for eet år. I en sådan situation vælger man at fastlægge parametrene på baggrund af data fra flere år.

<sup>24</sup>Visse CGE-modeller forsøger at kombinere de to tilgange. Et eksempel er den Hollandske MIMIC-model, der f.eks. blander økonometrisk estimerede produktionsfunktioner med CGE-metodologi (Gelauff og Graafland, 1994). I den norske MSG-model hvor samme kombination anvendes, optræder der faktisk J-led når modellen kalibreres (Holmøy et al., 1994). Afhængig af temperament, kan man opfatte disse blandinger som fuldblodsheste eller muldyr.

I de sidste par år er *systematisk følsomhedsanalyse* blevet mere tilgængeligt i takt med udviklingen i beregningshastighed. Da en ligevægtsløsning i høj grad er en ikke-lineær funktion af initialbetingelserne (primært parameterverdierne), er det ikke på samme måde som i en lineær model, muligt på nogen let måde at beregne konsekvenserne for ligevægtsløsningen af en ændring i initialbetingelserne. Der er kun een mulighed: hele systemet skal for hver ny parameterkonstellation beregnes forfra. Resultatet af denne "Monte-Carlo metode" er at man får et mål for variationen i ligevægtsløsningerne og derved et mål for usikkerheden i konklusionerne<sup>25</sup>. Metoden kan også benyttes til at bestemme hvilke parametre der har "stor" indflydelse på konklusionerne, og det som følge heraf er vigtigt at bestemme med ekstra præcision.

#### 4. Sammenfatning og kritik af modellerne

Som alle andre metoder økonomer benytter sig af, har CGE-modeller både fordele og ulemper. I dette afsnit sammenfattes disse fordele og ulemper kort med udgangspunkt i Shoven og Whalley (1984, 1992).

##### Fordele

- Modellerne har et solidt mikroøkonomisk fundament, der specificerer alle agenters optimerende adfærd i ligevægt.
- Modellerne tillader en stor detaljeringsgrad, hvilket til praktiske analyser er en stor fordel. Endvidere er det muligt at analysere mange kompliserede feed-back effekter på samme tid.
- Den numeriske tilgang udvider anvendelsesmulighederne, eftersom der ikke - som tilfældet er i mange analytiske modeller - er behov for antagelser, der sikrer en løsning.
- Modellerne giver mulighed for at analysere velfærdskonsekvenser, og ikke blot beregne prisændringer m.v. Det er jo i sidste ende velfærd, der betyder noget for forbrugerene.

##### Ulemper

- Der er ingen metode til at teste signifikans på de kalibrerede parametre. Man kan dog anvende Monte Carlo simulationsmetoder til at beregne konfidensintervaller, og således undersøge hvor robuste og pålidelige resultaterne er. Konsekvenserne af de valgte funktionelle former er dog sværere at undersøge.

---

<sup>25</sup>Fremgangsmåden er beskrevet i Harrison og Vinrod (1992). Se også Harrison et al. 1993.

- I modellerne har penge ikke i sig selv umiddelbart nogen fortolkning, idet alle størrelser i modellerne er reale (svarende til en bytteøkonomi). Dette gør det vanskeligt at analysere monetære emner som f.eks. valutakurser og inflation på en meningsfuld måde.
- Modellerne antager som udgangspunkt, at teknologien er konstant - derfor er de ikke anvendelige, hvis man vil analysere teknologiske fremskridt (der jo spiller en prominent rolle i mange vækst-modeller).

### **Afrunding**

Som det fremgår ovenfor, har CGE-modeller både fordele og ulemper - det er ikke ubetinget en *deus ex machina*. Derimod er der tale om et værktøj, der tillader økonomer at analysere en række emner, som det ikke på tilfredsstillende vis er muligt at analysere med traditionelle makroøkonometriske modeller.

Den væsentligste fordel er muligheden for at inddrage velfærdskonsekvenser i analysen. Det er jo i sidste ende velfærd der betyder noget for forbrugerne - og ikke størrelser som f.eks. BNP, beskæftigelse eller budgetunderskud. En anden fordel er muligheden for at analysere økonomisk politik der er fundamentalt anderledes end i udgangssituationen. En makroøkonometrisk model er jo i vidt omfang afhængig af, at man ikke ekstrapolerer "for meget" i forhold til udgangssituationen - her har CGE-modellerne en force, idet de kan bruges til at analysere eksperimenter, der er kraftigt "ekstrapolerede" i forhold til virkeligheden. Dette skyldes at man ved kalibreringen fastlægger forholdsvis "dybe" parametre (f.eks. i nyttefunktionen), der antages at være eksogene.

Den pris der betales for disse muligheder er en række antagelser - ellers kan man ikke komme videre. Dette gælder dels en række neoklassiske antagelser om rationelt optimerende agenter og dels en række antagelser for at få parametriseret modellen. Problemerne med den sidstnævnte type antagelser og metodologiske problemer kan delvis lindres ved omhyggeligt modelarbejde - indvendinger mod hele det neoklassiske set-up kan man derimod ikke gøre noget ved.

## 5. Kilder

Arrow, K. J. og F.H. Hahn (1971), *General Competitive Equilibrium*, San Francisco: Holden-Day

Auerbach, A. og L. Kotlikoff, (1987), *Dynamic Fiscal Policy*, Cambridge University Press

Bach, C. F., Frandsen, S.E. og P. Stephensen, "European Integration and the Common Agricultural Policy", DERG Working paper no 5, Københavns Universitet, Økonomisk Institut

Bacharach, M. (1970), *Biproportional matrices & Input-Output change*, Cambridge: University Press

Bhattarai, K. og J. Whalley (1997), "Discreteness and the Welfare Cost of Labour Supply Tax Distortions", Memo, University of Warwick

Blanchard, O. J. (1985), "Debts, Deficits and Finite Horizons", *Journal of Political Economy*, 93, 223-247

Brooke, A., D. Kendrick og A. Meeraus (1988), *GAMS - A Users guide*, San Francisco: Scientific Press

Dixon, P.B, B.R. Parmenter, J. Sutton og D.P. Vincent (1982), *ORANI: A multisectoral Model of the Australian Economy*, Amsterdam: North-Holland

Dixon, P.B., B. R. Parmenter, A. A. Powell og P. J. Wilcoxon (1992), *Notes and problems in applied general equilibrium economics*, Amsterdam: North-Holland

Frandsen, S.E., J.V. Hansen og P. Trier (1995), *GESMEC - en Generel Ligevægts model for Danmark: dokumentation og anvendelse*, København

Frederiksen, N., P. Hansen, H. Jacobsen og P. Sørensen (1995), "Subsidising Consumer Services: Effects on Employment, Welfare and the Informal Economy", *Fiscal Studies*, 16: 71-93

Gelauff, G.M.M og J.J. Graafland (1994), *Modelling Welfare State Reform*, Amsterdam: North-Holland

Ginsburgh, V. og M. Keyzer (1997), *Structure of Applied General Equilibrium models*, MIT-Press

Graafland, J. J. og R.A. de Mooij (1997), "MIMIC's new labor supply model", CPB memo, Holland: CPB

Harrison, G.W., R. Jones, L.J. Kimbell og R. Wigle (1993), "How robust is Applied General Equilibrium Analysis", *Journal of Policy Modelling*, 15: 99-115

Harrison, G.W., T.F. Rutherford og D.G. Tarr (1996), "Quantifying the Uruguay Round", kommer i *The Economic Journal*

Harrison, G.W. og H.D. Vinrod (1992), "The sensitivity analysis of applied general equilibrium models", *Review of Economics and Statistics*, 74: 357-362

Hertel, T. (1997), *Global Trade Analysis*, Cambridge University Press

- Holmøy, E., G. Nordén og B. Strøm (1995), *MSG-5: A complete description of the system of equations*, Oslo: Statistisk Sentralbureau
- Jensen, S-E. H., S. B. Nielsen, L.H. Pedersen og P. B. Sørensen (1994), "Labour Tax Reform, Employment and Intergenerational Distribution", *Scandinavian Journal of Economics*, 96: 381-401
- Jensen, S-E. H., S. B. Nielsen, L.H. Pedersen og P. B. Sørensen (1996), "Tax Policy, Housing and the Labour Market: An Intertemporal Simulation Approach", *Economic Modelling*, 13: 355-382
- Kehoe, T.J. (1980), "An Index Theorem for General Equilibrium models with production", *Econometrica*, 48: 1211-1233
- Kehoe, T.J. og J. Whalley (1982), "Uniqueness of Equilibrium in a Large Scale Numerical General Equilibrium model", Memo, University of Western Ontario
- Keiding, H. (1987), *Mikroøkonomi: Allokering og optimalitet*, København: Akademisk Forlag
- Knudsen, M. B, L. H. Pedersen, T. W. Petersen, P. Stephensen og P. Trier (1997a), *A prototype of a DREAM (Danish Rational Economic Agents Model)*, modeldokumentation, Danmarks Statistik
- Knudsen, M. B, L. H. Pedersen, T. W. Petersen, P. Stephensen og P. Trier (1997b), *Modelling Structural Reform: A dynamic CGE analysis of the Tax Reform Act of 1993*, arbejdsrapport, Danmarks Statistik
- Lange, K., L. H. Pedersen og P. B. Sørensen (1997), "The Danish Tax Reform Act of 1993: Effects on the Macroeconomy and on Intergenerational Welfare", Præsentation ved EPRU's konference om "Macroeconomic Perspectives on the Danish Economy" den 19-20 juni 1997 i Hornbæk.
- Lipsey, R.G. og K. Lancaster (1956), "The General Theory of Second Best", *Review of Economic Studies*, 24: 11-32
- McKenzie, G. W. (1983), *Measuring Economic Welfare: New Methods*, Cambridge: University Press
- Pearson, K. (1993), "ORANI-F: A General Equilibrium model of the Australian Economy", *Economic and Financial Computing*, 1993: 71-140
- Pedersen, L. H. (1996), *Imperfekt konkurrence på vare- og arbejdsmarkedet*, Undervisningsnote, Københavns Universitet: Økonomisk Institut
- Pedersen, T. M. (1997), *Lucas kritikken*, Forelæsningsnote, Københavns Universitet: Økonomisk Institut
- Perroni, C. og T. Rutherford (1995), "Regular flexibility of nested CES-functions", *European Economic Review*, 39: 335-343
- Rutherford, T. (1989), General Equilibrium Modelling with MPS/GE, Memo, Department of Economics, University of Western Ontario
- Scarf, H.E. (med T. Hansen) (1973), *The Computation of Economic Equilibria*, New Haven: Yale University Press



Shoven, J. og J. Whalley (1984), "Applied General-Equilibrium Models of Taxation and International Trade: An Introduction and Survey", *Journal of Economic Literature*, XXII: 1007-1051

Shoven, J. og J. Whalley (1992), *Applying General Equilibrium*, Cambridge University. Press